

Программа вступительного испытания по Математике

Программа составлена на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требований к уровню подготовки выпускников средней школы.

Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства. Свойства степени с действительным показателем.

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла.

Логарифм числа. Логарифм произведения, частного, степени. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования выражений, включающих арифметические операции. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени. Преобразования тригонометрических выражений. Преобразования выражений, включающих операцию логарифмирования. Модуль (абсолютная величина) числа.

Квадратные уравнения. Рациональные уравнения. Иррациональные уравнения. Тригонометрические уравнения. Показательные уравнения. Логарифмические уравнения. Равносильность уравнений, систем уравнений. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными. Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Системы линейных неравенств. Системы неравенств с одной переменной. Равносильность неравенств, систем неравенств. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

Функция, область определения функции. Множество значений функции. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Обратная функция. График обратной функции. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания. Чётность и нечётность функции. Периодичность функции. Ограниченность функции.

Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Линейная функция, её график. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график. Квадратичная функция, её график. Степенная функция с натуральным показателем, её график. Тригонометрические функции, их графики. Показательная функция, её график. Логарифмическая функция, её график.

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и её физический смысл.

Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.

Первообразные элементарных функций. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Шар и сфера, их сечения.

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Площадь

поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.

Поочередный и одновременный выбор. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Вероятности событий. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

Критерии оценки вступительного испытания по математике

Критерии оценивания заданий 1–8

Каждое из заданий 1–8 (с кратким ответом) считается выполненным верно, если абитуриент дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верное выполненное задание оценивается 1 первичным баллом.

Критерии оценивания заданий 9–12

Количество первичных баллов, выставаемых за выполнение заданий 9–12 (с развёрнутым ответом), зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов.

Решения заданий с развёрнутым ответом оцениваются от 0 до 4 первичных баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 первичных баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 9, 10 оценивается (максимум) 2 первичными баллами; задание 11 – 3 первичными баллами; задание 12 – 4 первичными баллами.

Максимальный первичный балл за все задания – 19.

Проверка выполнения заданий 9–12 проводится на основе следующей системы критериев оценивания.

Задание 9

Содержание критерия	Первичные Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов – пункта <i>a</i> и пункта <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный первичный балл</i>	2

Задание 10

Содержание критерия	Первичные Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный первичный балл</i>	2

Задание 11

Содержание критерия	Первичные Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный первичный балл</i>	3

Задание 12

Содержание критерия (на примере задания из Варианта 1)	Первичные Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого включением только одной точки $a = -3$ или $a = 3$	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $[-4; 4]$ множества значений a	2
Получены корни уравнения $15x^2 + 6ax + 9 = (x^2 + ax + 3)^2$: $x = 0$, $x = -a - 3$, $x = -a + 3$ и задача верно сведена к исследованию полученных корней при условии $x^2 + ax + 3 > 0$ ($x^2 + ax + 3 \geq 0$) ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный первичный балл</i>	4

Первичные баллы за вступительное испытание переводятся в тестовые баллы (по 100-балльной шкале) согласно следующей таблице соответствия первичных и тестовых баллов.

Таблица соответствия первичных и тестовых баллов

Первичный балл	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Тестовый балл	0	9	18	27	33	45	55	59	68	72	74	78	82	84	88	92	94	97	99	100

Минимальное количество (тестовых) баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания по математике – 27.